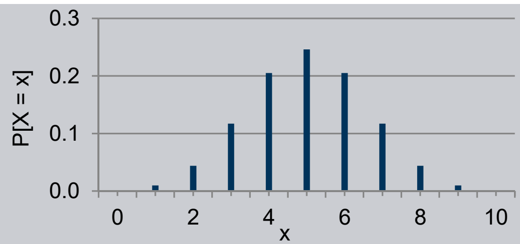
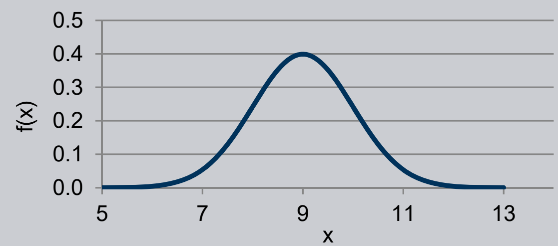
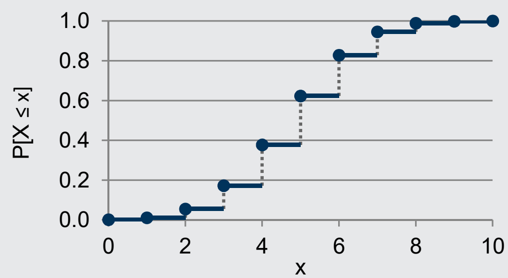
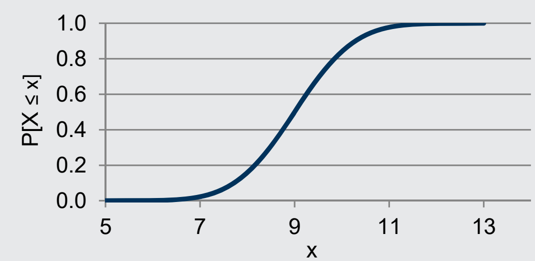
# Stetige Verteilungen

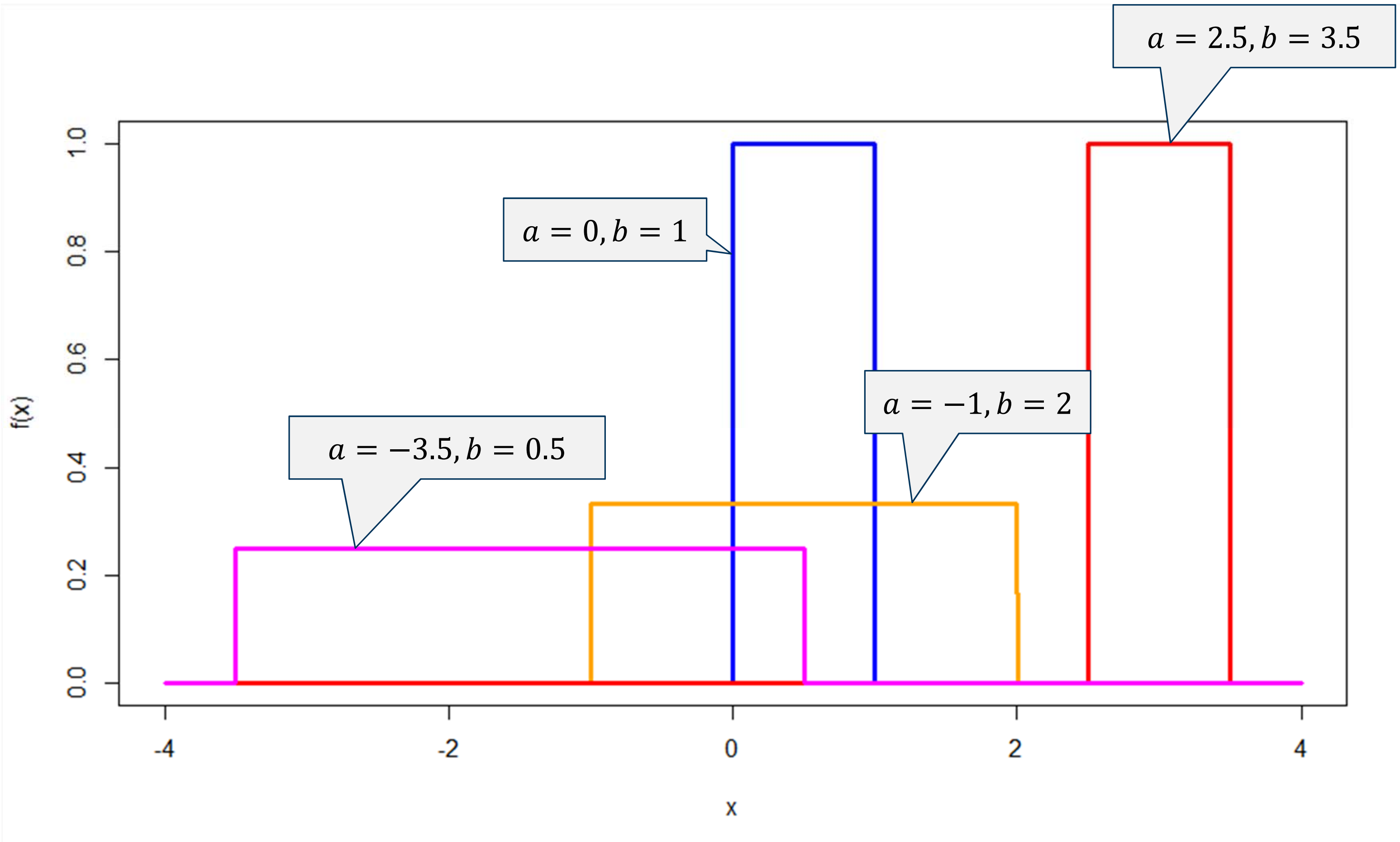
# Vergleich der Konzepte (diskret vs. stetig; siehe Tabelle 2.1)

| | Diskret | Stetig |
|---|---|---|
| Dichte |   |   |
| Kumulative Verteilungsfunktion |   $$F(x) = \sum_{k\,:\,x_k \leq x} p(x_k)$$ |   $$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(u)du$$ |
| Erwartungswert | $$E[X] = \sum_{k \geq 1} x_k p(x_k)$$ | $$E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)dx$$ |

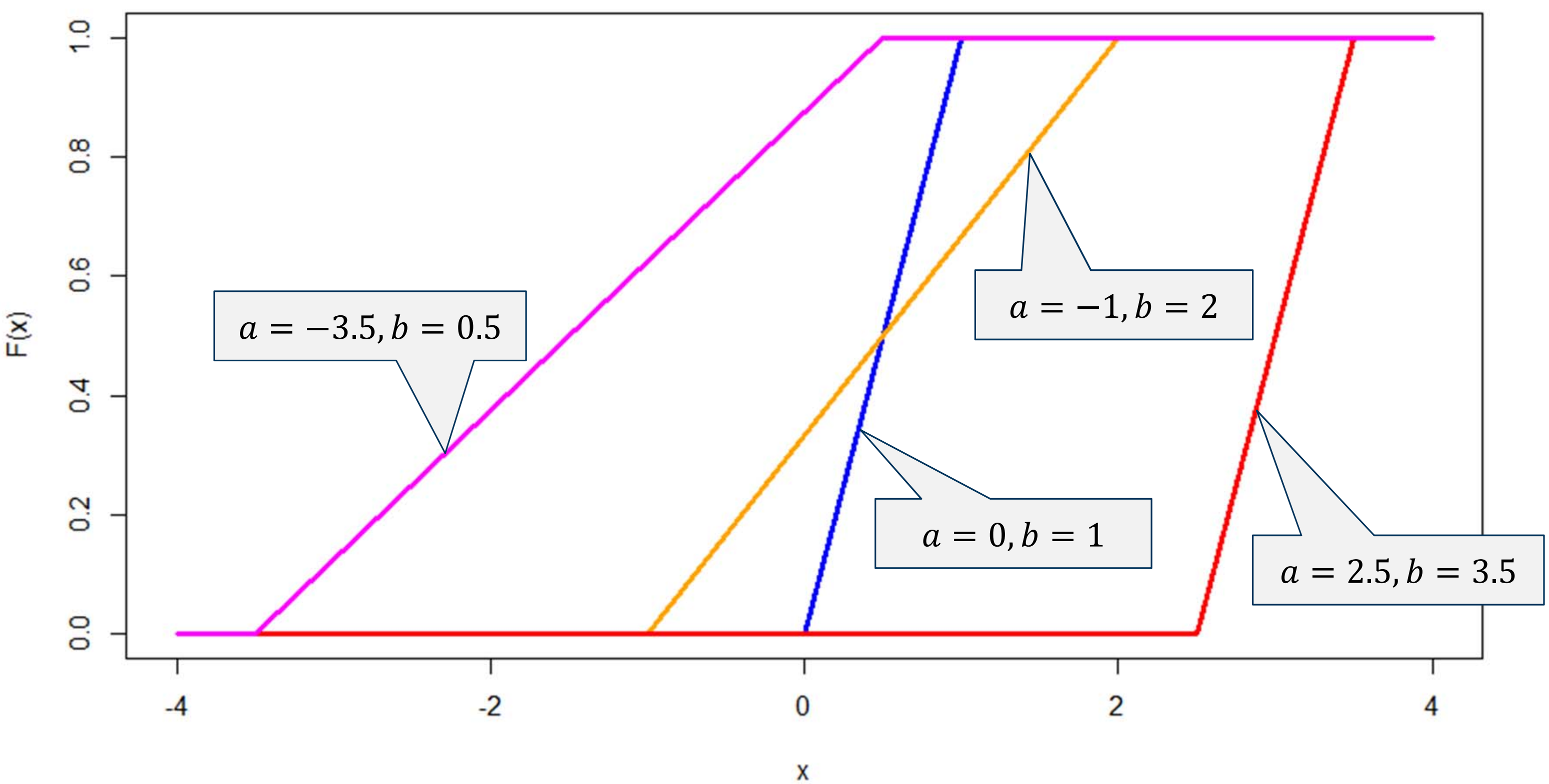
## Uniforme Verteilung (Gleichverteilung): $X$ ~ Unif$(a,b)$

- Wertebereich $W = [a, b]$
- Dichte $f(x) = \frac{1}{b-a},\ x \in [a, b]$
- Verteilungsfunktion $F(x) = \frac{x-a}{b-a},\ x \in [a, b]$
- Erwartungswert $E[X] = \dfrac{a+b}{2}$
- Varianz $Var(X) = \dfrac{(b-a)^2}{12}$
- Anwendung: Stetige Version des Laplace Modells, “völliger Ignoranz”, bevorzugt keine Regionen in [a,b], benutzt für Rundungsfehler

# Uniforme Verteilung: Illustration Dichten



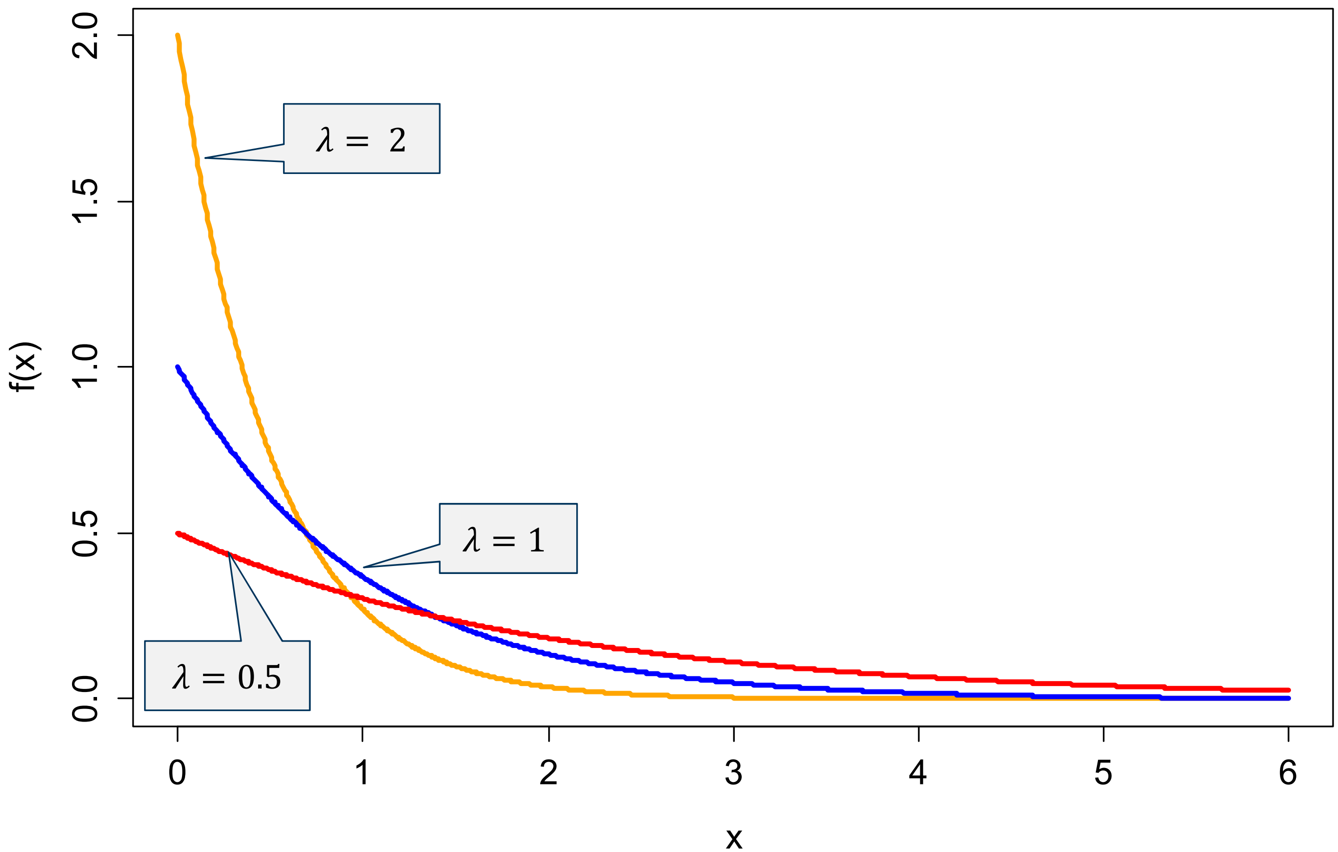
# Uniforme Verteilung: Illustration kumulative Verteilungsfunktion



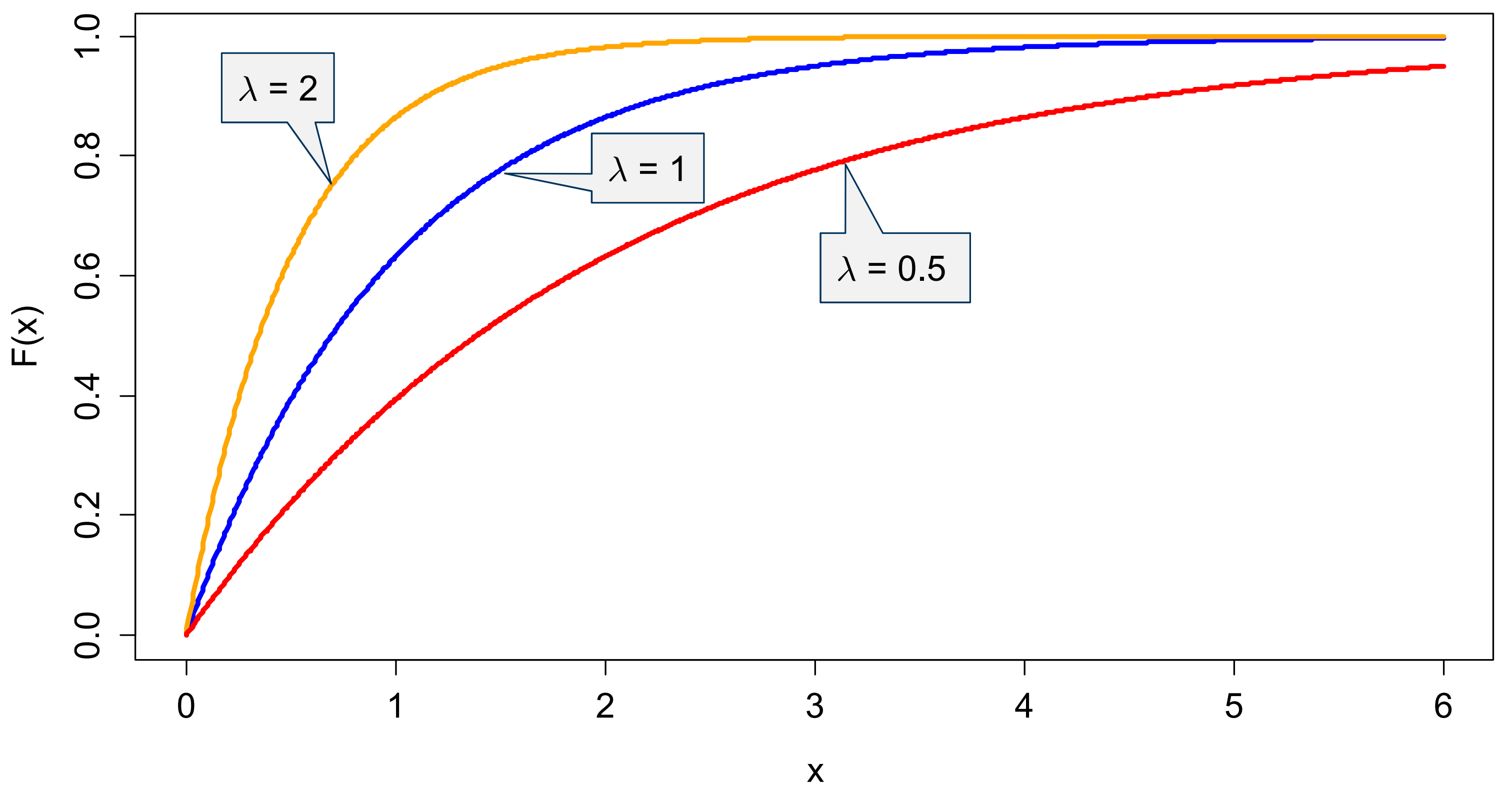
# Exponentialverteilung: $X \sim Exp(\lambda), \lambda > 0$

- Wertebereich: $W = [0, \infty)$
- Dichte $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, x \geq 0$ und $f(x) = 0, x < 0$
- Verteilungsfunktion $F(x) = 1 - e^{-\lambda x}, x \geq 0$ und $F(x) = 0, x < 0$
- Erwartungswert $E[X] = \frac{1}{\lambda}$
- Varianz $Var(X) = \frac{1}{\lambda^2}$
- Anwendung: Einfachste Modell für Wartezeiten oder Lebenszeit techn. Systeme (ohne Alterungserscheinungen), stetige Version der geometrische Verteilung.
- Bemerkung: Wenn Wartezeiten $Exp(\lambda)$ verteilt sind, dann hat die Anzahl Ereignisse in einem Intervall der Länge *t* eine $Poisson(\lambda t)$ Verteilung.

# Exponentialverteilung: Illustration Dichten



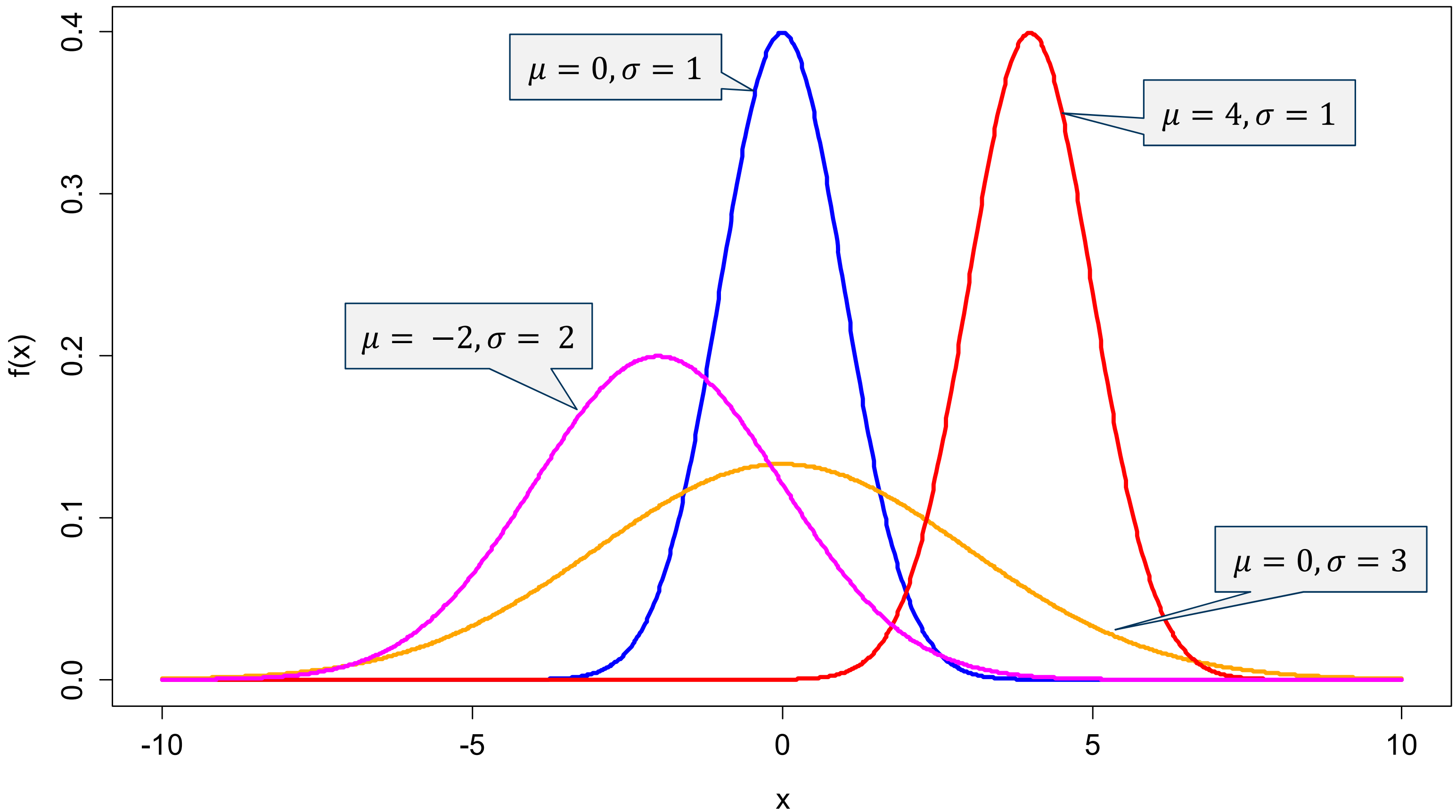
# Exponentialverteilung: Illustration kum. Verteilungsfunktion



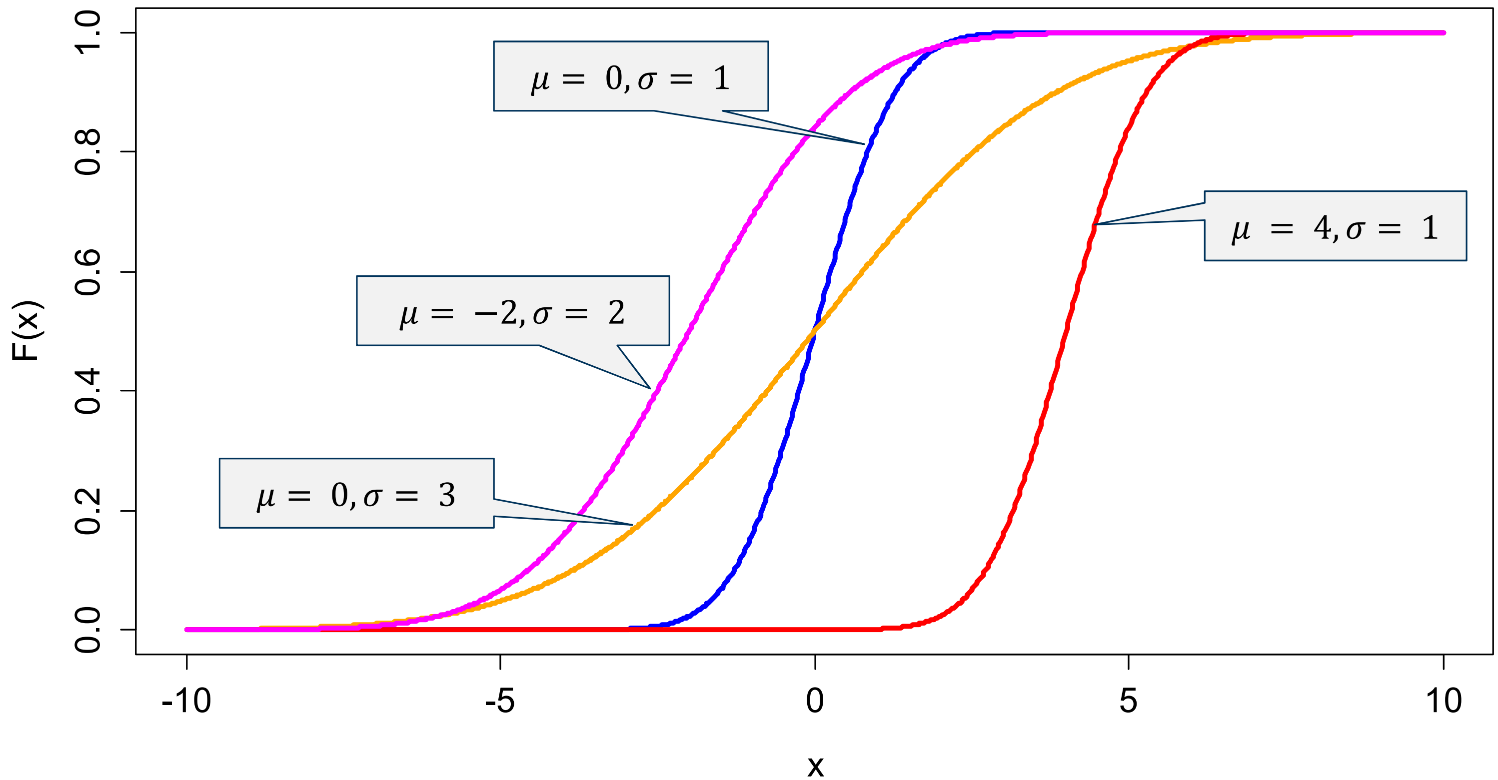
## Normalverteilung (Gaussverteilung): $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

- Wertebereich $W = (-\infty, \infty)$
- Dichte $$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right\}$$
- Verteilungsfunktion $$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(u)du = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$ (kann man nicht geschlossen hinschreiben)
- Erwartungswert $E[X] = \mu$
- Varianz $Var(X) = \sigma^2$
- Anwendung Häufigste Verteilung für Messwerte

# Normalverteilung: Illustration Dichten



# Normalverteilung: Illustration kumulative Verteilungsfunktion



## Clicker Normalverteilung

Es sei $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ mit $\mu = 2$ und $\sigma^2 = 9$.

Betrachte die Aussagen

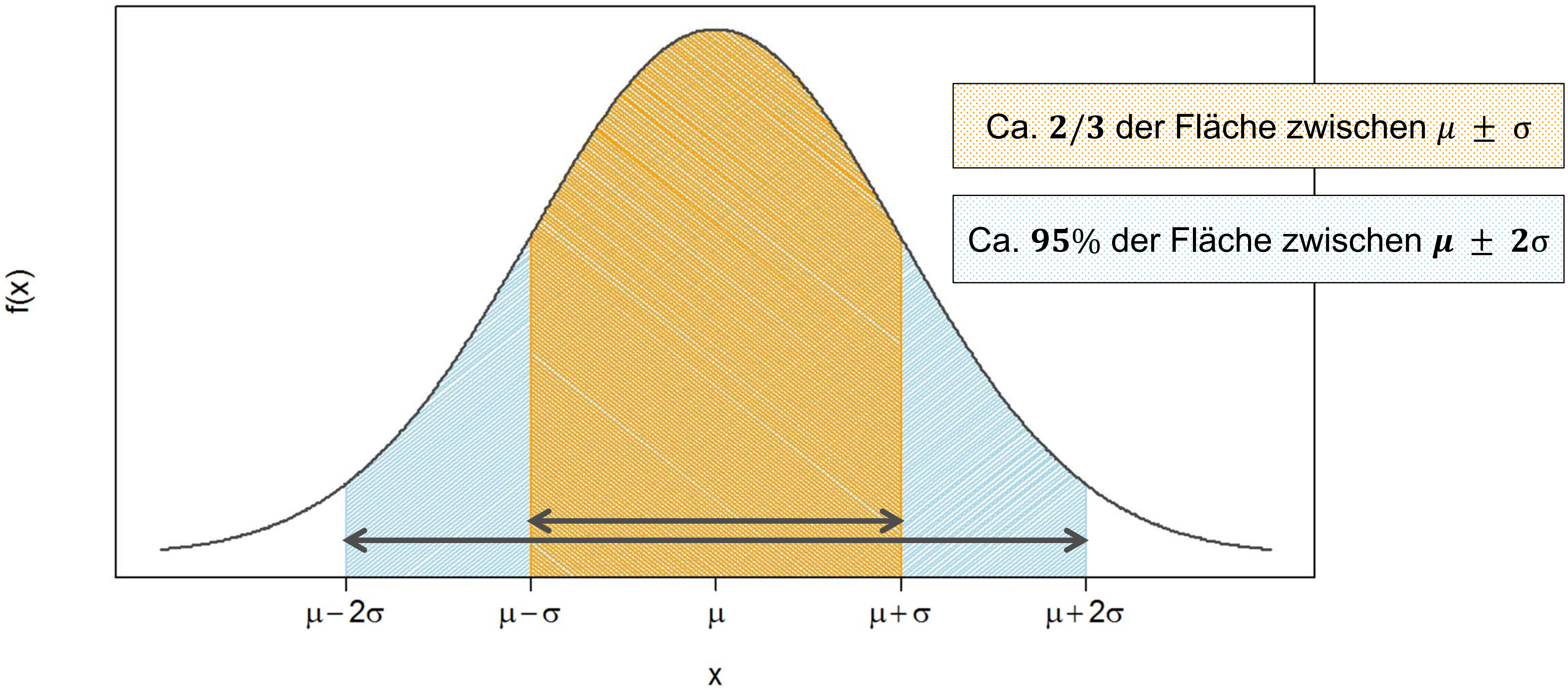
a) Es ist $P[X > 5] = 1 - P[X \leq 5]$.

b) Es ist $P[X \geq 3] = P[X \leq 1]$.

Es ist

1. (a) Richtig / (b) Richtig
2. (a) Falsch / (b) Richtig
3. (a) Richtig / (b) Falsch
4. (a) Falsch / (b) Falsch
5. Keine Ahnung

# Normalverteilung: Eigenschaften



## Normalverteilung: Standardnormalverteilung

- Man spricht von der **Standardnormalverteilung** falls $\mu = 0$ und $\sigma^2 = 1$.
- Die Dichte der Standardnormalverteilung bezeichnet man mit $\varphi(x)$.
- Die kumulative Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung bezeichnet man mit $\Phi(x)$. Diese ist **nicht** geschlossen darstellbar.
  → **Tabelle** (siehe Beispiel)